

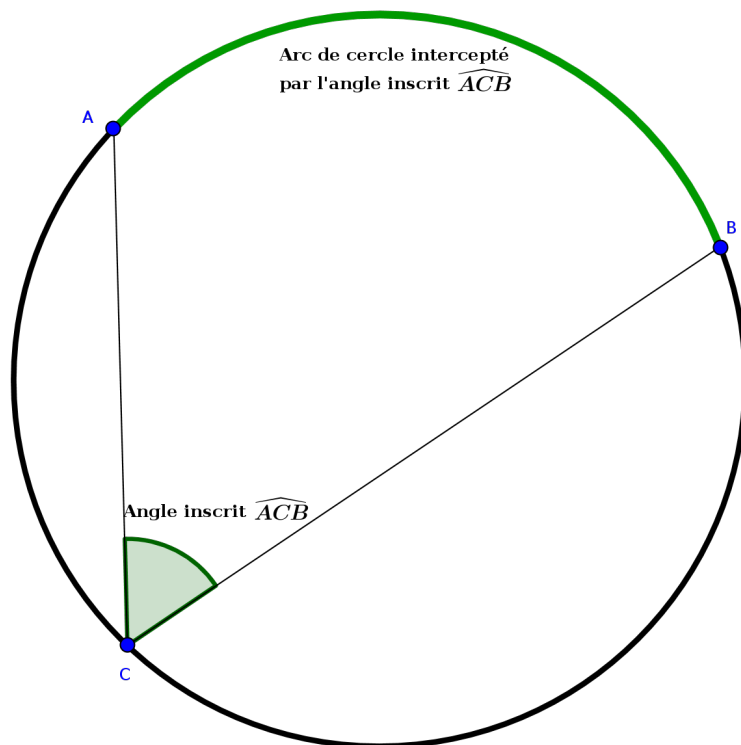
1 Angles inscrits et angles au centre

Définition (angle inscrit).

Soit A, B et C trois points d'un cercle $\mathcal{C}$. On dit que l'angle $\widehat{ACB}$ est **inscrit** dans le cercle $\mathcal{C}$.

De plus, on dit que l'arc de cercle ne contenant pas C et délimité par A et B est l'**arc de cercle intercepté** par l'angle inscrit $\widehat{ACB}$.

Exemple :

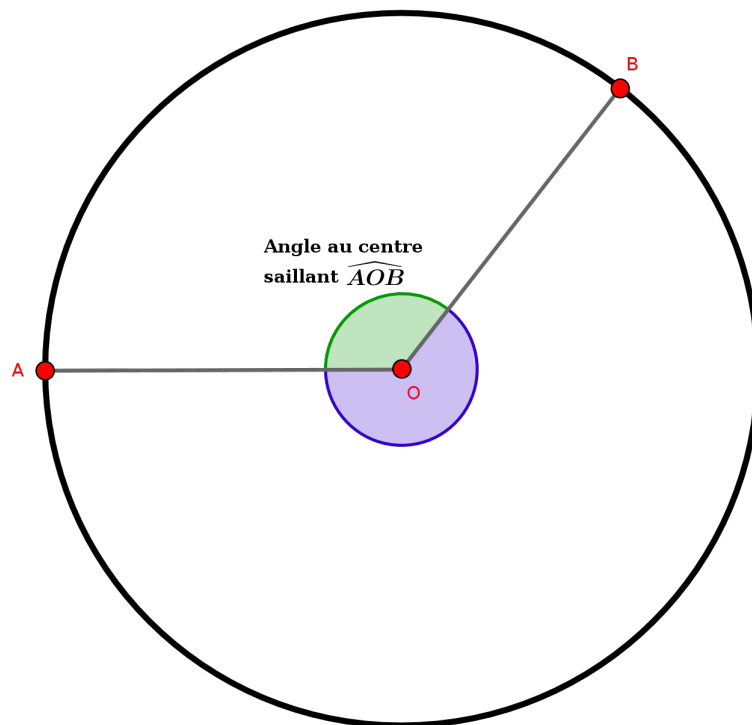


Remarque : L'arc de cercle en vert est noté $\widehat{AB}$ on dit aussi que c'est le petit arc de cercle ou encore l'arc de cercle aigu.

Définition (angle au centre).

Soit A et B deux points d'un cercle $\mathcal{C}$ de centre O. L'angle saillant $\widehat{AOB}$ (et aussi l'angle rentrant $\widehat{AOB}$) est appelé **angle au centre**.

Exemple :



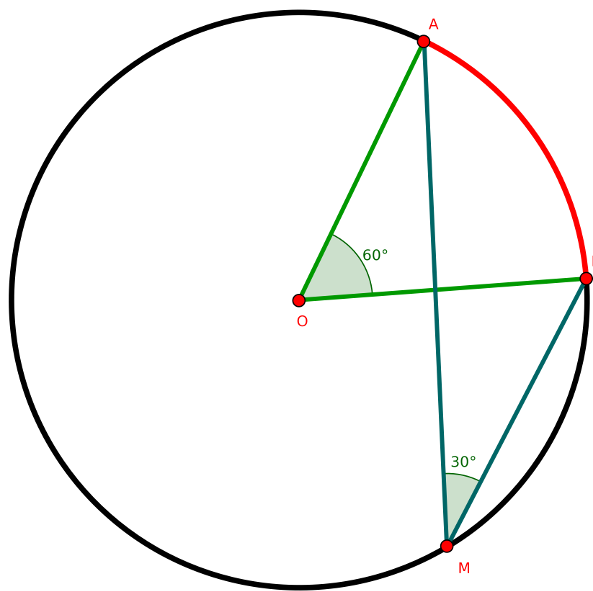
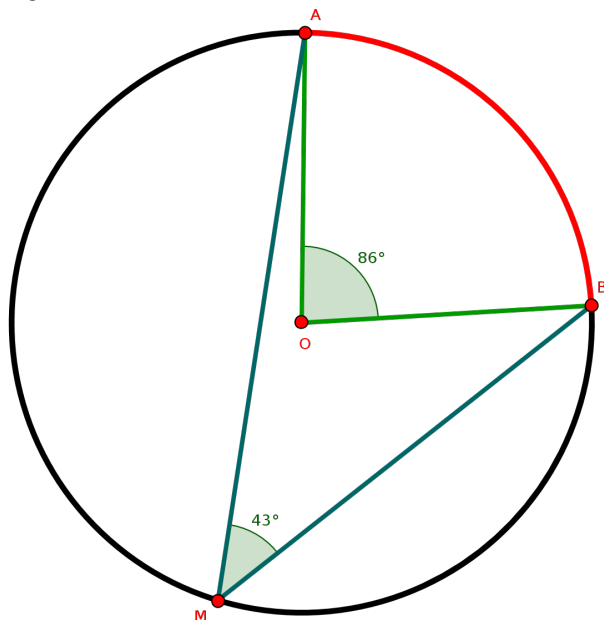
Remarque : Le sommet de l'angle est le centre du cercle, d'où le nom *angle au centre*.

Propriété (angle au centre).

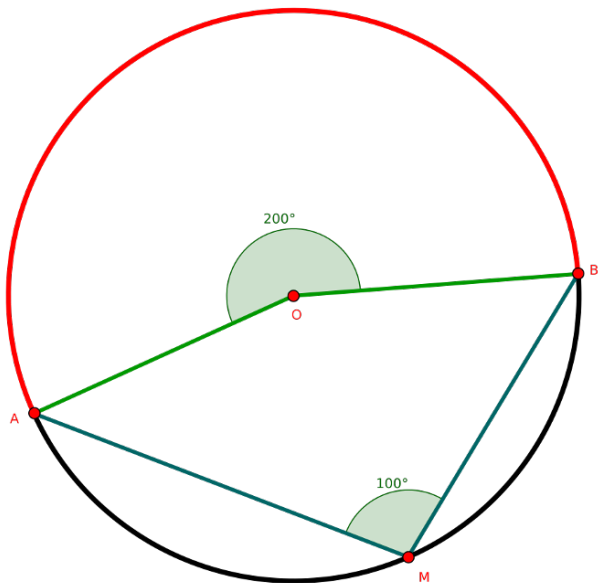
Dans un cercle, un angle au centre mesure le double d'un angle inscrit interceptant le même arc.

Exemples : Avec angles au centre saillants

Les angles au centre $\widehat{AOB}$ et les angles inscrits $\widehat{AMB}$ interceptent le même arc $\widehat{AB}$ en rouge. On a donc $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AMB}$



Exemple : Avec un angle au centre rentrant



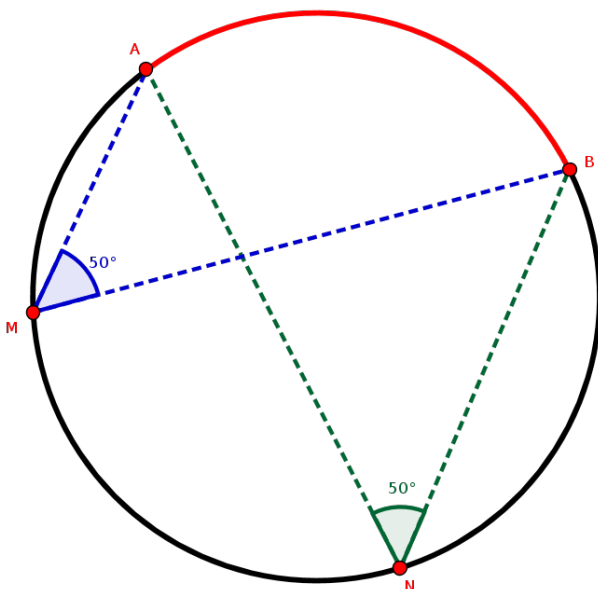
L'angle au centre $\widehat{AOB}$ et l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ interceptent le même arc $\widehat{AB}$ en rouge.
On a donc $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AMB}$

Propriété (angle inscrit).

Dans un cercle, deux angles inscrits interceptant le même arc de cercle ont la même mesure.

Remarque : C'est évident puisque deux angles inscrits interceptant le même arc de cercle mesurent chacun la moitié de l'angle au centre correspondant.

Exemple :



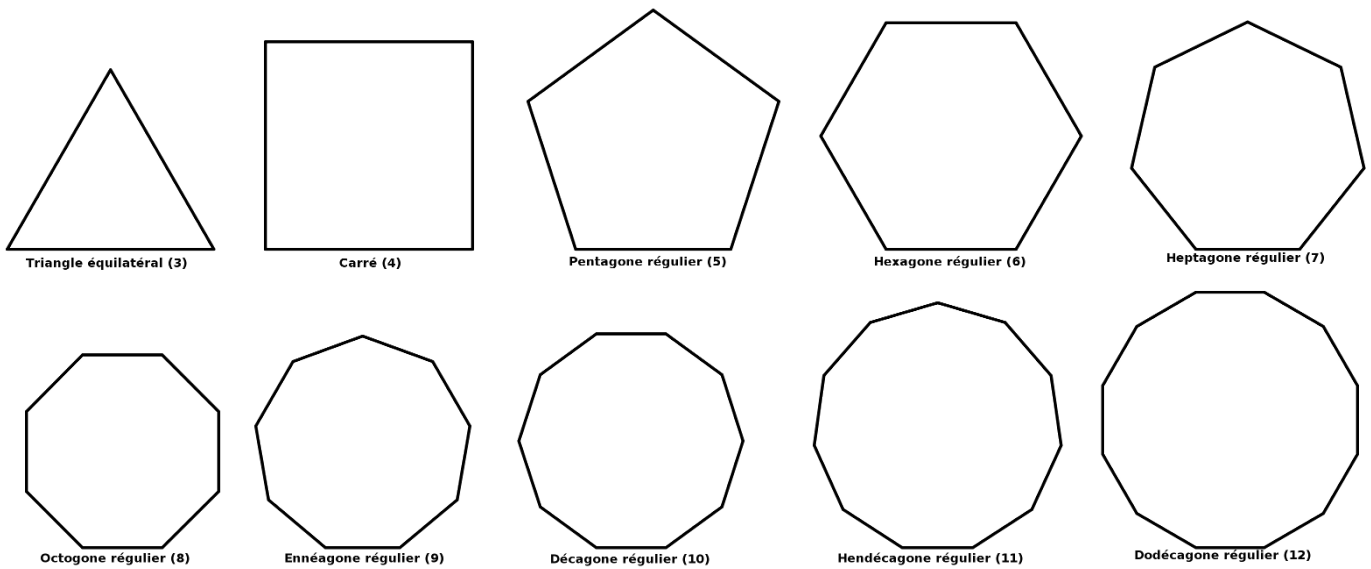
Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ interceptent le même arc de cercle $\widehat{AB}$ (en rouge).
Ils ont donc la même mesure : $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$.

2 Polygones réguliers

Définition (polygones réguliers).

On dit qu'un polygone est **régulier** si tous ses côtés ont la même longueur et tous ses angles ont la même mesure.

Exemples :

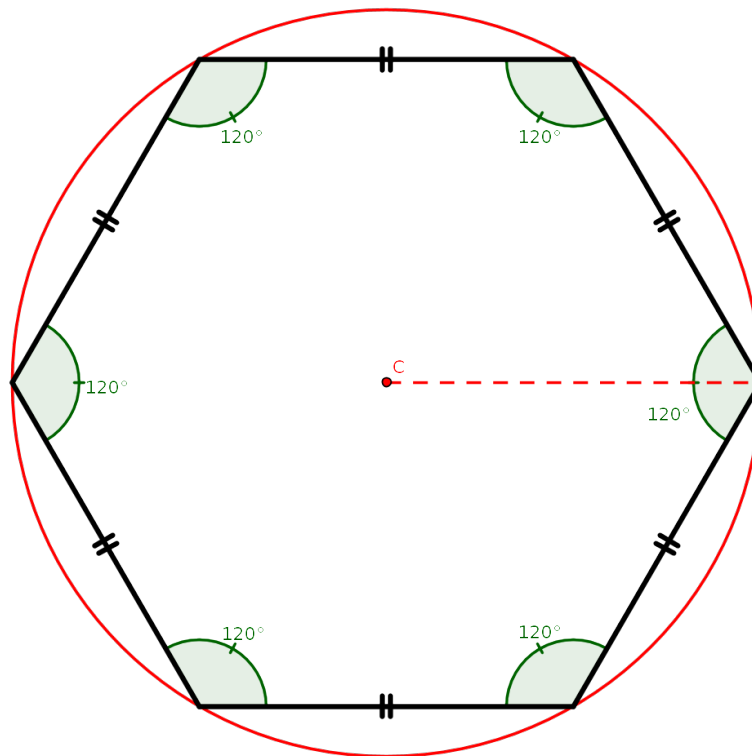


Propriété

Les sommets d'un polygone régulier sont cocycliques : ils sont tous sur un même cercle.

Remarque : On désigne aussi le centre de ce cercle comme étant le centre du polygone.

Exemple :

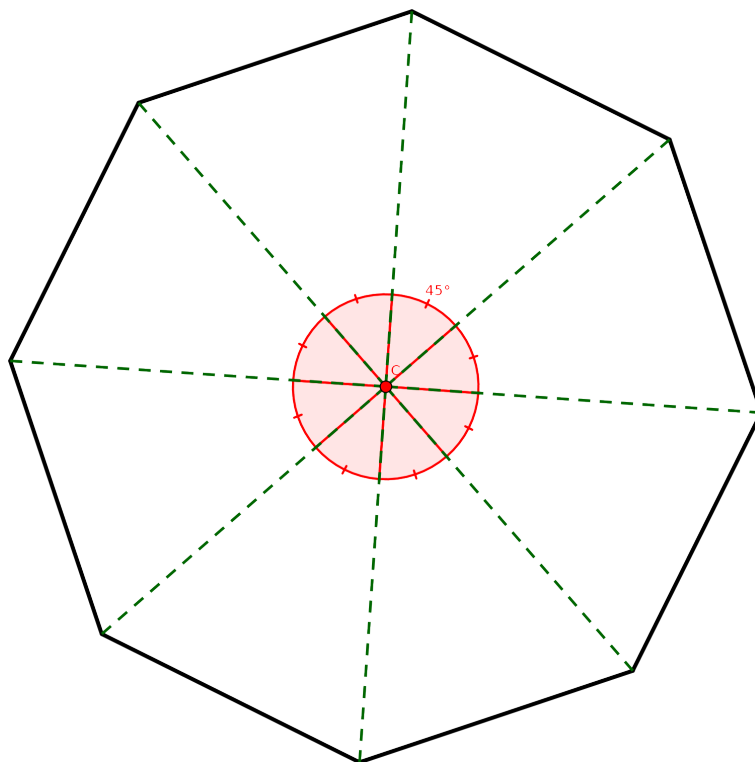


Propriété

Dans un polygone régulier à n côtés chaque angle au centre déterminé par deux côtés consécutifs a une mesure égale à $\frac{360^\circ}{n}$.

Remarque : C'est assez évident, l'angle plein étant partagé en n angles de même mesure.

Exemple : Avec l'octogone régulier (8 côtés) les angles au centre mesurent tous $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$.

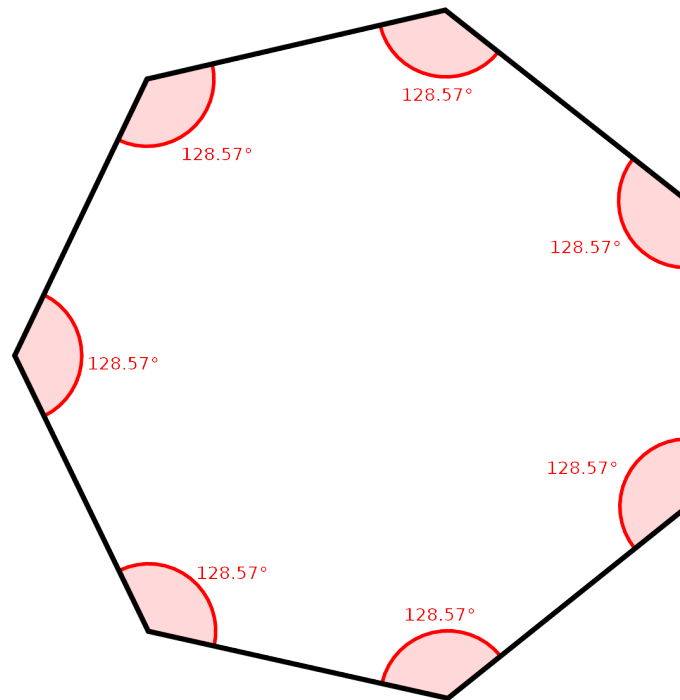


Remarque : Grâce aux deux dernières propriétés on peut maintenant, avec un rapporteur, tracer n'importe quel polygone régulier dans un cercle donné : il suffit de tracer les angles au centre en fonction du nombre de côtés.

Propriété

La mesure d'un angle formé par deux côtés consécutifs dans un polygone régulier à n côtés est égale à $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$.

Exemple : Avec un heptagone régulier (7 côtés), la mesure d'un angle entre deux côtés consécutifs est de : $180^\circ - \frac{360^\circ}{7} \simeq 128,57^\circ$



Cette dernière propriété mérite quand même quelques explications :
 Soit $\mathcal{P}$ un polygone régulier à n côtés inscrit dans un cercle de centre O et ayant pour côté un segment $[AB]$. Dans ces conditions AOB est isocèle en O et l'angle $\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{n}$ (propriété 44). Or on sait que dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180° et si de plus ce triangle est isocèle alors les angles à la base ont la même mesure.

$$\text{Donc } \widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

Cela donne avec, par exemple, le pentagone régulier ($n = 5$) : $\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ et un angle entre deux côtés consécutifs vaut $180^\circ - \frac{360^\circ}{5} = 108^\circ$.

